

# ẢNH HƯỞNG CỦA TƯƠNG TÁC ĐẤT-KẾT CẤU ĐẾN GIA TỐC ĐỈNH CỦA CÔNG TRÌNH NHIỀU TẦNG CHỊU TẢI TRỌNG GIÓ

EFFECT OF SOIL-STRUCTURE INTERACTION ON THE PEAK ACCELERATION OF MULTI-STORY BUILDINGS UNDER WIND LOADS

➔ **KS. Nguyễn Trung Kiên** - HVCH Ngành Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc TP. Hồ Chí Minh

Email: 23xd03@uah.edu.vn

➔ **PGS.TS. Võ Tân Văn\*** - GV Khoa Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc TP. Hồ Chí Minh

Email: van.vutan@uah.edu.vn \*Corresponding author

**Tóm tắt:** Bài báo nghiên cứu ảnh hưởng của tương tác đất-kết cấu (SSI - Soil-Structure Interaction) đến gia tốc đỉnh của công trình nhà nhiều tầng dưới tác động của tải trọng gió, thông qua việc xem xét sự tương tác giữa đất nền, hệ móng và kết cấu bên trên. Kết quả phân tích số cho thấy độ cứng nền đất, biểu thị qua vận tốc sóng cắt  $V_s$  là tham số ảnh hưởng lớn nhất đến gia tốc đỉnh của công trình, gia tốc giảm đáng kể khi  $V_s$  tăng và tiệm cận dần giá trị của trường hợp móng ngàm. Ảnh hưởng của SSI thể hiện rõ rệt đối với nền đất mềm, do đó việc bỏ qua tương tác này có thể dẫn đến ước tính thiếu chính xác về phản ứng động của kết cấu nhà nhiều tầng. Khoảng cách cọc trong hệ móng bè-cọc có ảnh hưởng đáng kể đến gia tốc đỉnh trong điều kiện đất mềm, trong khi độ mảnh của cọc ảnh hưởng nhỏ đến gia tốc đỉnh trong điều kiện đất mềm và cứng. Chiều dày bè móng có vai trò không đáng kể đối với gia tốc đỉnh trong phạm vi khảo sát. Các kết quả nghiên cứu có thể được dùng làm tài liệu tham khảo cho việc ước tính gia tốc đỉnh và thực hành thiết kế nhà nhiều tầng chịu tải trọng gió trong các điều kiện nền đất khác nhau.

**Từ khóa:** Phản ứng động, tương tác đất-kết cấu (SSI), tải trọng gió, nhà cao tầng, móng bè cọc, TCVN 2737:2023.

**Abstract:** This paper investigates the influence of soil-structure interaction (SSI) on the peak acceleration of multi-story buildings under wind loading, through consideration of the interaction among the soil foundation, pile-raft foundation system, and the superstructure. Numerical analysis results indicate that soil stiffness, expressed through the shear wave velocity  $V_s$ , is the most influential parameter on the peak acceleration of the structure; the acceleration decreases significantly as  $V_s$  increases and asymptotically approaches the value corresponding to the fixed-base condition. The SSI effect is most pronounced in soft soil conditions, where neglecting this interaction may lead to inaccurate estimates of the dynamic response of multi-story structures. The pile spacing in the pile-raft foundation system has a significant influence on the peak acceleration under soft soil conditions, while the pile slenderness ratio has a minor effect on the peak acceleration under both soft and stiff soil conditions. The raft thickness plays a negligible role in the peak acceleration within the investigated range. The findings of this study may serve as a reference for estimating peak acceleration and for the practical design of multi-story buildings subjected to wind loading under various soil conditions.

**Keywords:** Dynamic response; Soil-structure interaction (SSI); Wind-load; High-rise buildings; Piled raft foundation; TCVN 2737:2023

## 1. GIỚI THIỆU

Phản ứng động của công trình nhà cao tầng dưới tác động của tải trọng gió là một bài toán phức tạp, chịu ảnh hưởng đồng thời của đặc trưng gió, đặc tính khí động học và các tham số động lực học của công trình [1]. Trong đó, các đại lượng phản ứng động như gia tốc và chuyển vị đỉnh đóng vai trò quan trọng trong đánh giá mức độ tiện nghi và an toàn sử dụng của công trình.

Trong thực hành thiết kế, kết cấu móng công trình nhà nhiều tầng thường được giả thiết là ngàm cứng, bỏ qua sự tương tác giữa đất nền và hệ kết cấu móng. Tuy nhiên, sự tương tác này làm thay đổi biến dạng của đất nền và các đặc trưng động

lực học của hệ kết cấu, đặc biệt là chu kỳ dao động riêng [2].

Stewart và cộng sự [3] đề xuất phương pháp thực hành sử dụng cho mô hình hóa SSI, trong đó đất nền được biểu diễn bằng các phần tử lò xo và giảm chấn tương đương.

Nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng phản ứng động của công trình dưới tải trọng gió chịu ảnh hưởng đáng kể bởi các yếu tố như hình dạng khí động học, chiều cao, khối lượng và hệ số tắt dần của công trình [4, 5, 6]. Điều kiện địa hình xung quanh cũng có thể làm gia tăng đáng kể tải trọng gió tác dụng lên công trình [7, 8]. Bên cạnh đó, các nghiên cứu về SSI cho thấy độ mềm của nền đất có thể làm tăng

chu kỳ dao động và chuyển vị của công trình, đặc biệt trong điều kiện nền đất yếu [9, 10, 11, 12]. Hiện nay, có nhiều nghiên cứu về ảnh hưởng của SSI đến phản ứng động của công trình nhà cao tầng chịu tải động đất [13, 14]. Bên cạnh đó, khả năng chịu lực và độ lún của móng bè-cọc cũng đã được nghiên cứu [15, 16, 17]. Do đó, việc nghiên cứu ảnh hưởng của SSI đến phản ứng động của nhà cao tầng chịu tải trọng gió là cần thiết, nhằm bổ sung cơ sở khoa học cho bài toán tương tác đất-kết cấu và góp phần nâng cao độ tin cậy trong nghiên cứu và thực hành thiết kế nhà cao tầng.

**2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT**

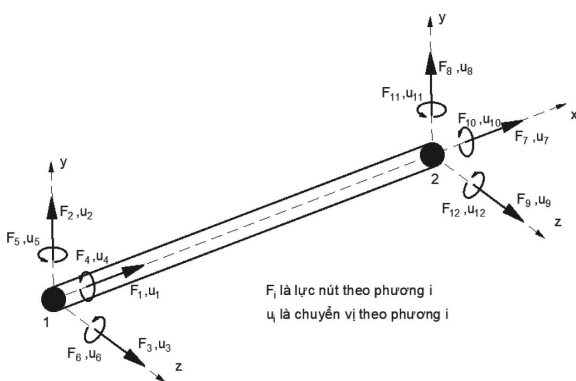
**2.1. Phương trình chuyển động**

Kết cấu nhà nhiều tầng được mô hình dưới dạng một thanh công-xôn gồm các phần tử dầm không gian như mô tả ở Hình 1. Phần tử dầm không gian gồm 6 bậc tự do tại mỗi nút, bao gồm ba chuyển vị tịnh tiến và ba chuyển vị quay. Khối lượng của hệ dầm-sàn tại mỗi tầng được quy đổi về khối lượng tập trung và chia đều cho hai nút của phần tử thanh tương ứng. Trong khi đó, khối lượng của hệ cột và vách được giả thiết phân bố đều dọc theo chiều dài phần tử dầm.

Phương trình chuyển động của hệ khi chịu tác dụng của tải trọng gió là:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{p} \tag{1}$$

Trong đó  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ , và  $\mathbf{K}$  lần lượt là ma trận khối lượng, cản, và độ cứng của hệ;  $\mathbf{p}$  là véc tơ lực gió đặt tại cao độ mỗi tầng;  $\mathbf{u}$  là véc tơ chuyển vị của mỗi tầng theo phương của gió.



Hình 1. Mô hình thanh dầm với 6 bậc tự do

Ma trận độ cứng  $\mathbf{K}_e$  có dạng

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Với:

$$\mathbf{K}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2(1+\Phi_y)} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3(1+\Phi_z)} & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{(4+\Phi_z)EI_y}{l(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\Phi_y)EI_z}{l(1+\Phi_y)} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{K}_{21} = \mathbf{K}_{12}^T = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2(1+\Phi_y)} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3(1+\Phi_z)} & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{(2-\Phi_z)EI_y}{l(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\Phi_y)EI_z}{l(1+\Phi_y)} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{K}_{22} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\Phi_y)} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{(4+\Phi_z)EI_y}{l(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\Phi_y)EI_z}{l(1+\Phi_y)} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Trong đó  $E$  là mô đun đàn hồi của bê tông;  $L$  là chiều cao tầng;  $I_y, I_z$  lần lượt là mô men quán tính theo trục  $y, z$ ;  $\Phi_y, \Phi_z$  lần lượt là hệ số biến dạng cắt theo phương  $y, z$ .

Ma trận khối lượng của hệ được xác định như sau:

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{M}_{e1} + \mathbf{M}_{e2} \tag{6}$$

Với:

$$\mathbf{M}_{e1} = \text{diag}\left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{m}{2}, 0, 0, 0, \frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{m}{2}, 0, 0, 0\right) \tag{7}$$

$$\mathbf{M}_{e2} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\mathbf{M}_{11} = \frac{\rho Al}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22l \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140 \frac{(I_z + I_y)}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22l & 0 & 4l^2 & 0 \\ 0 & 22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$M_{12} = M_{21}^T = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13l \\ 0 & 0 & 54 & 0 & 13l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70 \frac{(I_z + I_y)}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -13l & 0 & -3l^2 & 0 \\ 0 & 13l & 0 & 0 & 0 & -3l^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$M_{22} = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22l \\ 0 & 0 & 156 & 0 & 22l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140 \frac{(I_z + I_y)}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22l & 0 & 4l^2 & 0 \\ 0 & -22l & 0 & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Trong đó  $\rho$  là khối lượng riêng của thanh tương đương ( $\text{kg/m}^3$ ),  $l$  là chiều cao tầng;  $I_y, I_z$  lần lượt là mô men quán tính theo trục  $y, z$ .

Ma trận độ cứng ( $K$ ) và ma trận khối lượng ( $M$ ) tổng thể được xác định theo công thức:

$$K = T^T K_e T \quad (12)$$

$$M = T^T M_e T \quad (13)$$

Trong đó  $T$  là ma trận chuyển.

Tần số dao động và dạng dao động của hệ được xác định thông qua việc giải phương trình trị riêng sau:

$$\det[K - \omega^2 M] = 0 \quad (14)$$

### 2.2. Tương tác đất-kết cấu (SSI)

Điều kiện ngầm tuyệt đối giữa móng và đất nền chỉ có thể giả định khi móng tựa trên nền đá cứng. Tuy nhiên, trong thực tế, giả định này hầu như không thỏa mãn. Tương tác đất-kết cấu (SSI – Soil-Structure Interaction) vì vậy làm suy giảm độ cứng hiệu dụng của hệ móng, từ đó gián tiếp làm tăng chuyển vị đỉnh của công trình, như thể hiện trong Hình 2. Chuyển vị đỉnh có xét SSI được xác định theo:

$$\tilde{\Delta} = \Delta + u_f + \theta \times h = \Delta + \frac{F}{k_x} + \left( \frac{F \times h}{k_{yy}} \right) \quad (15)$$

trong đó  $k_x$  là độ cứng của móng theo phương  $x$ ,  $k_{yy}$  là độ cứng xoay của móng quanh trục  $y$ .

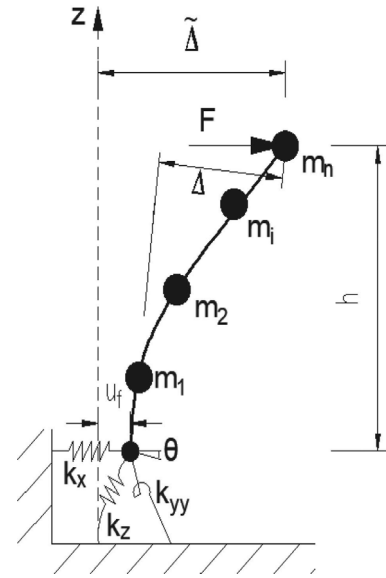
Hệ móng của công trình được chọn để thực hiện khảo sát trong nghiên cứu này là hệ móng bè cọc, nên độ cứng tương đương của hệ móng được xác định từ độ cứng của bè, và cọc như trình bày ở các phần 2.3, 2.4, 2.5. (Hình 2)

### 2.3. Độ cứng của móng bè

Độ cứng của móng bè, theo Gazetas [18] được xác định như sau:

$$k_j = K_j \times \eta_j \quad (16)$$

$$K_j = G_s B^m f(B_r / L_r, \nu_s) \quad (17)$$



Hình 2. Phản ứng của hệ nhiều bậc tự do khi nền không tuyệt đối cứng

$$\eta_j = f(B_r / L_r, D_f / B_r, d_w / B_r, A_w / B_r L_r) \quad (18)$$

Trong đó  $K_j$  là độ cứng ứng với bậc tự do  $j$  (như tịnh tiến theo phương  $x$ , xoay quanh phương  $y$ , xoắn,...) của móng đặt trên mặt đất.  $m$  bằng 1 đối với bậc tự do là tịnh tiến và bằng 3 đối với bậc tự do xoay,  $\eta_j$  là hệ số điều chỉnh cho trường hợp móng đặt dưới mặt đất.

Độ cứng của móng đặt trên mặt đất:

$$K_{z,sur} = \frac{2G_s L_r}{1 - \nu_s} \left[ 0.73 + 1.54 \left( \frac{B_r}{L_r} \right)^{0.75} \right] \quad (19)$$

$$K_{y,sur} = \frac{2G_s L_r}{2 - \nu_s} \left[ 2 + 2.5 \left( \frac{B_r}{L_r} \right)^{0.85} \right] \quad (20)$$

$$K_{x,sur} = K_{y,sur} - \frac{0.2}{0.75 - \nu_s} G_s L_r \left( 1 - \frac{B_r}{L_r} \right) \quad (21)$$

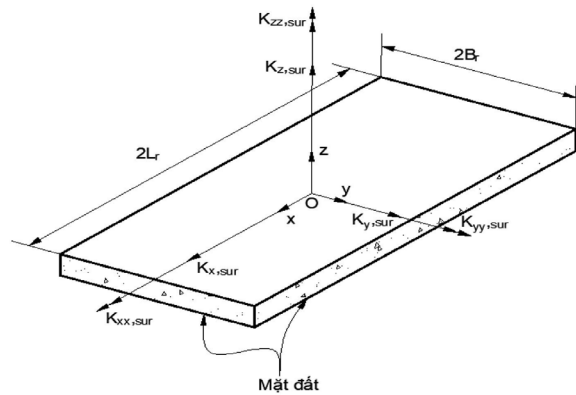
$$K_{zz,sur} = G_r J_t^{0.75} \left[ 4 + 11 \left( 1 - \frac{B_r}{L_r} \right)^{10} \right] \quad (22)$$

$$K_{yy,sur} = \frac{G_s}{1 - \nu_s} (I_y)^{0.75} \left[ 3 \left( \frac{L_r}{B_r} \right)^{0.15} \right] \quad (23)$$

$$K_{xx,sur} = \frac{G_s}{1 - \nu_s} (I_x)^{0.75} \left[ 2.4 + 0.5 \left( \frac{B_r}{L_r} \right)^{0.25} \right] \quad (24)$$

Trong đó  $K_{(x,sur)}$ ,  $K_{(y,sur)}$ ,  $K_{(z,sur)}$ ,  $K_{(xx,sur)}$ ,  $K_{(yy,sur)}$ ,

$K_{(zz,sur)}$  lần lượt là độ cứng của móng theo các phương và  $L_r, B_r$  là một nửa kích thước móng, như Hình 3



Hình 3. Độ cứng tĩnh của móng đặt trên mặt đất

Hệ số điều chỉnh  $\eta_i$  được xác định theo công thức:

$$\eta_y = \left( 1 + 0.15 \sqrt{\frac{D_f}{B_r}} \right) \left[ 1 + 0.52 \left( \frac{z_w A_w}{B_r L_r^2} \right)^{0.4} \right] \quad (25)$$

$$\eta_x = \left( 1 + 0.15 \sqrt{\frac{D_f}{L_r}} \right) \left[ 1 + 0.52 \left( \frac{z_w A_w}{L_r B_r^2} \right)^{0.4} \right] \quad (26)$$

$$\eta_{zz} = 1 + 1.4 \left( 1 + \frac{B_r}{L_r} \right) \left( \frac{d_w}{B_r} \right)^{0.9} \quad (27)$$

$$\eta_{yy} = 1 + 0.92 \left( \frac{d_w}{B_r} \right)^{0.6} \left[ 1.5 + \left( \frac{d_w}{D_f} \right)^{1.9} \left( \frac{B_r}{L_r} \right)^{-0.6} \right] \quad (28)$$

$$\eta_{xx} = 1 + 1.26 \frac{d_w}{B_r} \left[ 1 + \frac{d_w}{D_f} \left( \frac{d_w}{D_f} \right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B_r}{L_r}} \right] \quad (29)$$

Trong đó:  $d_w$  là chiều cao của phần móng nằm trong đất;  $z_w$  là khoảng cách theo phương đứng từ mặt đất đến tâm móng;  $D_f$  là khoảng cách từ mặt đất đến đáy móng;  $A_w$  là diện tích tiếp xúc của phần móng tiếp xúc với đất theo từng phương.

#### 2.4. Độ cứng của nhóm cọc

Độ cứng của cọc đơn, theo Chowdhury và Dasgupta [21, 20, 19], được xác định như sau:

$$k_z = \left[ \frac{E_p A_p \beta^2}{2L} + \frac{GS_1 L_e}{2} + \frac{G_b r_0 C_b}{2} \right] + \left[ \frac{GS_1 L_e}{4\beta} - \frac{E_p A_p \beta}{4L} \right] \sin 2\beta + \frac{G_b r_0 C_b}{2} \cos 2\beta \quad (30)$$

với  $\beta$  là hệ số tra bảng theo  $\eta = (G_b/E_p)(C_b/\pi)(L/r_0)$

$$k_x = k_y = \frac{E_p I_p}{L^3} \left[ \frac{5X}{4} (1 - e^{-2\beta_x}) - \frac{3Y}{8} - \frac{3\eta_x}{4} \right] (\eta_x - 1)^3 \quad (31)$$

Với  $\eta_x = 1 + 1/\beta_x$ , và  $\beta_x = \sqrt[4]{GS_{x1} L^4 / (E_p I_p)}$

$$k_{xx} = k_{yy} = \frac{E_p I_p}{L} \left[ \frac{A + B + C}{2(\eta_\theta - 1)} \right]$$

Với  $\psi = \frac{4G\lambda^2 S_{\theta 1}}{\pi E_p \beta_\theta^2}$ ;  $\lambda = \frac{L}{r_0}$ ;  $\beta_\theta = \sqrt[4]{GS_{\theta 1} L^4 / (E_p I_p)}$ ;  $\eta_\theta = 1 + 1/\beta_\theta$ ;  $X = 1 + \eta_\theta^2$ ;  $Y = 1 - \eta_\theta^2$  (32)

$A = X(1 + \psi)(1 - e^{-2\beta_\theta})$ ;  $B = Y(0.5 + 0.25\psi)$ ;

$C = -\eta_\theta(1 - 0.5\psi)$

Trong đó  $k_x, k_y, k_z$  lần lượt là độ cứng theo phương  $x, y, z$ ;  $k_{xx}, k_{yy}$  lần lượt là độ cứng xoay quanh trục  $x, y$ ; và  $E_p$  là mô đun đàn hồi của vật liệu cọc;  $r_0$  là bán kính cọc;  $A_p$  diện tích mặt cắt ngang của cọc;  $I_p$  là mô men quán tính của cọc;  $L_e$  là chiều dài phần cọc nằm hoàn toàn trong đất;  $L$  là chiều dài cọc tính từ đáy đài đến mũi cọc;  $G$  là mô đun cắt của đất dọc thân cọc;  $G_b$  là mô đun cắt của đất ở mũi cọc;  $S_{x1}, S_{\theta 1}$  là các hàm của Beredugo.

Khi cọc được liên kết với nhau bởi đài móng thì độ cứng của nhóm cọc được Novak [22] đề xuất như sau:

$$k_{zz} = \sum_i k_{zz}^i \quad (33)$$

$$k_{xx} = \sum_i k_{xx}^i \quad (34)$$

$$k_{\psi\psi} = \sum_i (k_{\psi\psi}^i + k_{zz}^i x_i^2 + k_{xx}^i z_i^2 - 2k_{x\psi}^i z_i) \quad (35)$$

$$k_{x\psi} = k_{\psi x} = \sum_i (k_{x\psi}^i - k_{xx}^i z_i) \quad (36)$$

Trong đó  $x_i$  là khoảng cách theo phương  $x$  từ tâm móng đến tâm cọc,  $z_i$  là khoảng cách theo phương đứng từ tâm móng đến đầu cọc.  $k_m^i$  là độ cứng của cọc đơn có kể đến ảnh hưởng của hiệu ứng nhóm cọc.

#### 2.5. Độ cứng tương đương của móng bè cọc

Poulos [23] đề xuất công thức tính độ cứng của móng bè cọc như sau:

$$k_{pr} = \frac{k_p + k_r(1 - 2\alpha_{rp})}{1 - (k_r/k_p)\alpha_{rp}^2} \quad (37)$$

Trong đó:  $k_{pr}$  là độ cứng của bè cọc;  $k_p$  là độ cứng của nhóm cọc;  $k_r$  là độ cứng của bè;  $\alpha_{rp}$  là hệ số tương tác giữa bè và cọc, và theo Clancy và Randolph [24] khi số lượng cọc tăng thì hệ số  $\alpha_{rp}$  xấp xỉ 0.8 đến 0.85 bất kể khoảng cách giữa cọc, chiều dài hay độ cứng tương đối của cọc.

### 2.6. Ma trận độ cứng của hệ khi xét đến SSI

SSI của hệ móng bè-cọc sẽ ảnh hưởng đến ma trận độ cứng tổng thể của hệ thông qua biểu thức:

$$K = K_s + K_f$$

Trong đó  $K$  là ma trận độ cứng tổng thể của hệ khi xét đến SSI,  $K_s$  là ma trận độ cứng tổng thể của hệ khi không xét đến SSI,  $K_f$  là ma trận độ cứng do ảnh hưởng của SSI mà chỉ tồn tại các bậc tự do của nút móng, trong khi các vị trí còn lại trong ma trận đều bằng không và có dạng như phương trình sau:

$$K_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_f \end{bmatrix}$$

Với

$$K_f = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (39)$$

trong đó  $K_x, K_y, K_z$  lần lượt là độ cứng tịnh tiến của móng bè cọc theo phương  $x, y, z$ .  $K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}$  lần lượt là độ cứng xoay của móng bè cọc xung quanh trục  $x, y, z$ .

### 2.7. Tải trọng gió theo TCVN 2737:2023

Theo tiêu chuẩn TCVN 2737:2023 [25] vận tốc gió trung bình theo độ cao được xác định theo:

$$V(x) = V_b \sqrt{k(x)c_f G_f} \quad (40)$$

Trong đó:  $V_b$  là vận tốc gió trung bình trong thời gian 10 phút và chu kỳ lặp 50 năm ở cao độ 10m so với mốc chuẩn, tương ứng với địa hình B,  $k(x)$  là hệ số biến thiên của vận tốc gió theo chiều cao;  $c_f$  là hệ số cản chính diện;  $G_f$  là hệ số giật. Phổ vận tốc gió là phổ Kaimal nhưng có sự hiệu chỉnh và có dạng:

$$R_n = \frac{7.47N_1}{(1 + 10.3N_1)^{5/3}} \quad (41)$$

với

$$N_1 = \frac{n_1 L(z_s)}{V(z_s)_{3600s,50}} \quad (42)$$

Trong đó  $n_1$  là tần số dao động cơ bản của công trình theo phương gió,  $L(z_s)$  là thang nguyên kích

thước xoáy tại độ cao  $z_s$ ,  $V(z_s)_{3600s,50}$  là vận tốc gió trung bình trong 1 giờ chu kỳ lặp 50 năm tại độ cao  $z_s$ ,  $z_s$  là cao độ tương đương và bằng 0.6 chiều cao công trình

### 2.8. Gia tốc đỉnh công trình

Theo Strommen [26], tải trọng gió đơn vị tác động lên công trình được xác định theo công thức:

$$q_D(z, t) = \rho V u(z, t) \bar{C}_D D \quad (43)$$

Trong đó  $\rho$  là khối lượng riêng của không khí ( $\text{kg/m}^3$ );  $D$  bề rộng đón gió (m),  $\bar{C}_D$  là hệ số lực theo phương gió;  $u(z, t)$  là thành phần nhiễu loạn của vận tốc gió theo phương gió tại độ cao  $z$  và thời gian  $t$ ;  $V$  là vận tốc gió trung bình ở độ cao  $z$ . Phổ tải trọng gió như sau:

$$S_{\bar{Q}_x}(\omega) = \left[ \frac{\rho B}{2} J_x(\omega) \right]^2 \quad (44)$$

Trong đó  $\omega$  (rad/s) là miền tần số;  $B$  là cạnh song song với hướng gió;  $J_x(\omega)$  là hàm điều chỉnh tải trọng gió, được xác định như sau:

$$J_x^2(\omega) = \iint_{L_{\text{exp}}} \phi_x(z_1) \phi_x(z_2) V^2(z_1) V^2(z_2) A_u(z_1) A_u(z_2) \frac{S_{uu}(\Delta z, \omega)}{\sigma_u^2} dz_1 dz_2 \quad (45)$$

với

$$A_u(z_i) = \left( \frac{2D\bar{C}_D I_u(z_i)}{B} \right), \quad i = 1, 2 \quad (46)$$

$S_{uu}(\Delta z, \omega)$  là phổ chéo của phương  $u$  Phổ chuyển vị theo công thức:

$$S_{r_x}(z, \omega) = \frac{\phi_x^2(z)}{\omega_x^2 \bar{M}_x} \left| \hat{H}_x(\omega) \right|^2 S_{\bar{Q}_x}(\omega) \quad (47)$$

Trong đó  $\omega_x$  là tần số góc của dao động cơ bản theo phương gió;  $\bar{M}_x$  là khối lượng tương đương theo phương gió;  $\hat{H}_x(\omega)$  là hàm phản ứng tần số theo phương gió và được xác định theo như sau:

$$\hat{H}_x(\omega) = \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_x} \right)^2 + 2i \left( \zeta_s - \zeta_{aex} \right) \frac{\omega}{\omega_x} \right]^{-1} \quad (48)$$

Với  $\zeta_s$  là hệ số cản của bản thân công trình,  $\zeta_{aex}$  là hệ số cản khí động theo phương gió.

Từ phổ chuyển vị ta tính được phổ gia tốc và phương sai của gia tốc theo các công thức sau:

$$S_{a_x}(\omega) = \omega^4 S_{r_x}(\omega) \quad (49)$$

$$\sigma_{a_x}^2 = \int_0^\infty S_{a_x}(\omega) d\omega = \int_0^\infty \omega^4 S_{r_x}(\omega) d\omega \quad (50)$$

Và gia tốc đỉnh được xác định

$$a_{x, \max} = g_R \cdot \sigma_{a_x} \quad (51)$$

Trong đó  $g_R$  là hệ số đỉnh được xác định theo [25]

### 3. KẾT QUẢ SỐ

#### 3.1. Công trình áp dụng

Một chung cư 36 tầng được xây dựng ở Việt nam, khu vực gió vùng II và dạng địa hình B. Các đặc trưng hình học và khối lượng của các tầng được thể hiện trong Bảng 1; Môđun đàn hồi, hệ số Poisson, trọng lượng riêng của vật liệu bê tông lần lượt là  $3,6 \times 10^{10}$  (N/m<sup>2</sup>), 0,2, 25 (kN/m<sup>3</sup>)

Các thông số của mô hình đất dùng trong nghiên cứu này được thể hiện trong Bảng 2, trong đó  $V_s$  là vận tốc sóng cắt,  $\rho$  là khối lượng riêng và  $\nu$  là hệ số Poisson của đất

Do độ cứng của móng bè-cọc phụ thuộc vào độ cứng của bè và của hệ cọc. Để khảo sát ảnh hưởng của các yếu tố này đến gia tốc đỉnh, các tham số

như: khoảng cách nhỏ nhất giữa các cọc,  $s$  (bằng 2; 2.5; 3 lần đường kính cọc,  $D$ ); chiều dày bè,  $h_{be}$  (bằng 0.5; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 3.5; 4m) và độ mảnh của cọc,  $L/r_o$  (bằng 40; 50; 75; 100) được sử dụng.

#### 3.2. Tần số dao động và hình dạng dao động

Kết quả so sánh chu kỳ dao động riêng được thể hiện trong Bảng 3. Kết quả so sánh dạng dao động riêng thứ nhất theo các phương X, Y và xoắn được thể hiện ở Hình 4. Các kết quả cho thấy chương trình phần tử hữu hạn xây dựng trong MATLAB có sai lệch nhỏ so với phần mềm ETABS.

#### 3.3. Ảnh hưởng của $V_s$ đến gia tốc đỉnh và tần số dao động

Hình 5 cho thấy gia tốc đỉnh có xu hướng giảm dần khi  $V_s$  tăng. Mức giảm mạnh nhất xảy

Bảng 1. Đặc trưng hình học và khối lượng công trình

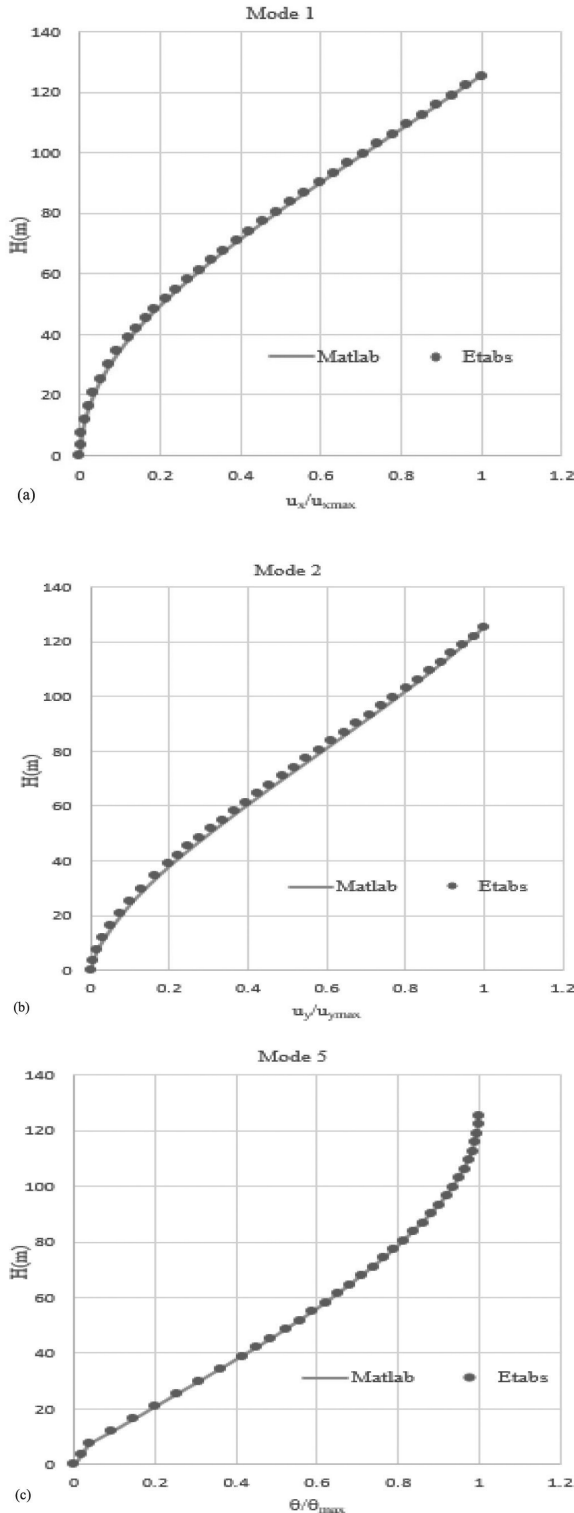
Tầng	Chiều cao tầng (m)	$I_x$ (m <sup>4</sup> )	$I_y$ (m <sup>4</sup> )	Diện tích sàn (m <sup>2</sup> )	Khối lượng dầm sàn (kg)	Khối lượng cột vách (kg)
T1	3.5	47,249.20	139,684.20	4,221.11	5,288,513.55	1,814,578.56
T2	3.9	47,249.20	139,683.99	4,104.71	5,052,412.49	2,014,636.84
T3	4.5	13,591.94	65,043.78	2,560.48	3,324,925.24	1,543,437.36
T4	4.5	13,591.94	65,043.78	2,560.48	3,326,555.01	1,543,437.36
T5	4.5	13,591.94	65,043.78	2,560.49	3,366,592.33	1,543,437.36
T6	4.5	13,591.94	65,043.78	2,560.49	3,396,024.24	1,555,597.48
T7	4.5	11,149.35	64,422.72	2,024.56	2,752,804.55	1,400,707.68
T8	4.5	11,149.35	64,422.72	1,768.54	2,086,038.71	1,392,060.49
T9	4.5	11,106.19	62,944.22	1,777.83	2,818,299.63	1,374,342.92
T10 đến T18	3.2	9,147.38	63,898.64	1,756.23	1,968,762.68	901,227.23
T19 đến T23	3.2	8,145.61	58,946.93	1,756.23	1,968,762.68	848,381.46
T24 đến T28	3.2	7,142.43	53,995.25	1,756.23	1,968,762.68	795,535.68
T29 đến T35	3.2	7,108.42	52,426.44	1,756.23	1,966,251.63	767,513.88
T36	3.2	7,108.42	52,426.44	1,756.23	1,881,557.18	767,513.88

Bảng 2. Các loại đất khảo sát

Ký hiệu các loại đất	S150	S200	S250	S300	S350	S400	S450	S500	S550	S600	S650
$V_s$ (m/s)	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1750	1800	1850	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2450	2500
$\nu$	0.3	0.3	0.3	0.35	0.35	0.35	0.3	0.3	0.3	0.35	0.4

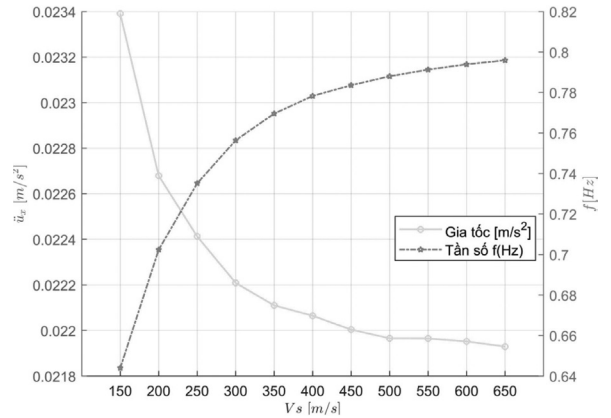
Bảng 3. So sánh chu kỳ dao động giữa mô hình trong ETABS và MATLAB

Dạng dao động	Chu kỳ T (s)		Sai số (%)	Dạng dao động	Chu kỳ T (s)		Sai số (%)
	ETABS	MATLAB			ETABS	MATLAB	
1	1.231	1.240	0.73%	7	0.118	0.124	5.08%
2	0.628	0.649	3.34%	8	0.089	0.096	7.87%
3	0.263	0.272	3.42%	9	0.078	0.079	1.28%
4	0.222	0.223	0.45%	10	0.074	0.077	4.05%
5	0.185	0.188	1.62%	11	0.066	0.068	3.03%
6	0.172	0.184	6.98%	12	0.062	0.067	8.06%



Hình 4. So sánh dạng dao động của hai mô hình, (a) tịnh tiến theo phương X, (b) tịnh tiến theo phương Y, (c) xoắn quanh trục Z

ra trong khoảng vận tốc sóng cắt thấp (khoảng 150–250 m/s), sau đó tốc độ suy giảm nhỏ dần và đường cong tiến tới trạng thái gần như ổn định khi  $V_s \geq 400$  m/s. Ngược lại, tần số riêng cơ bản tăng dần theo  $V_s$ . Mức tăng rõ rệt ở giai đoạn đầu, sau đó xu hướng tăng chậm lại và tiệm cận một giá trị gần ổn định, phản ánh độ cứng hiệu dụng của hệ tăng lên.



Hình 5. Sự ảnh hưởng của gia tốc đỉnh và tần số dao động theo  $V_s$

Xu hướng ngược chiều giữa gia tốc và tần số là phù hợp về mặt cơ học: khi tần số tăng (hệ cứng hơn), đáp ứng có xu hướng giảm, dẫn đến gia tốc đỉnh nhỏ hơn.

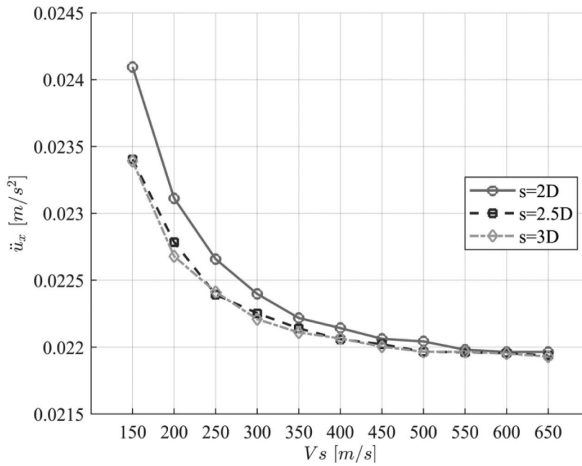
Bảng 4 cho thấy phần trăm sai số của gia tốc đỉnh so với trường hợp móng ngầm cũng giảm tương ứng, từ 6,95% (S150) xuống còn 0,27% (S650). Xu hướng này cho thấy khi độ cứng nền đất tăng, ảnh hưởng của SSI đến gia tốc đỉnh giảm đáng kể và đáp ứng động của công trình tiệm cận với mô hình ngầm lý tưởng.

Bảng 4. Sai số của Gia tốc đỉnh theo phương gió với các loại đất nền

Ký hiệu loại đất	Gia tốc theo TCVN 2737:2023 ( $m/s^2$ )	Sai số so với trường hợp móng ngầm (%)
S150	0.02339	6.95%
S200	0.02268	3.70%
S250	0.02241	2.48%
S300	0.02221	1.55%
S350	0.02211	1.10%
S400	0.02207	0.89%
S450	0.02200	0.61%
S500	0.02197	0.43%
S550	0.02197	0.43%
S600	0.02195	0.37%
S650	0.02193	0.27%
Ngầm	0.02187	-

### 3.4. Ảnh hưởng của khoảng cách cọc đến gia tốc đỉnh

Hình 6 thể hiện gia tốc đỉnh theo phương gió giảm dần khi độ cứng nền đất tăng. Khoảng cách giữa các cọc ảnh hưởng rõ rệt đến giá trị gia tốc đỉnh, trong đó trường hợp  $s=2D$  cho gia tốc lớn nhất, còn  $s=3D$  cho giá trị nhỏ nhất. Tuy nhiên, sự khác biệt giữa các phương án khoảng cách cọc giảm dần khi  $V_{(s)}$  tăng, cho thấy ảnh hưởng của khoảng cách cọc trở nên không đáng kể khi độ cứng của móng gần với trường hợp móng ngầm.



Hình 6. Biểu đồ gia tốc đỉnh theo phương gió theo  $V_s$

### 3.5. Ảnh hưởng của độ mảnh cọc đến gia tốc đỉnh

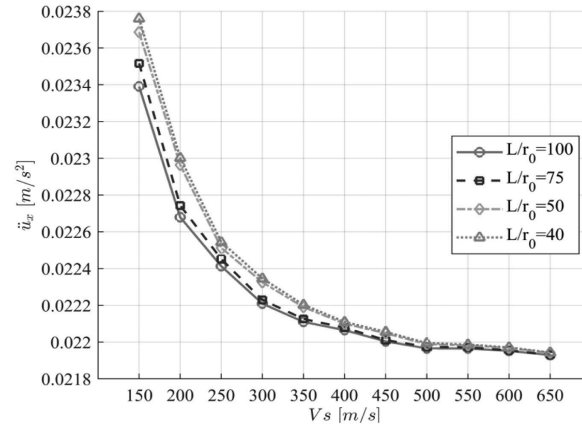
Hình 7 biểu diễn gia tốc đỉnh theo phương gió giảm dần khi vận tốc sóng cắt  $V_s$  tăng, phản ánh sự gia tăng độ cứng của đất nền. Sự khác biệt giữa các tỷ số  $L/r_0$  thể hiện rõ hơn ở vùng đất mềm ( $V_s$  nhỏ) và giảm dần khi đất nền trở nên cứng hơn, cho thấy ảnh hưởng của SSI suy giảm trong điều kiện nền cứng. Đáng chú ý, khi tỷ số  $L/r_0$  giảm (cọc ngắn và to hơn), gia tốc đỉnh có xu hướng tăng nhẹ. Điều này có thể được giải thích bởi cơ chế sau: khi chiều dài cọc giảm, phạm vi tương tác của cọc với khối đất xung quanh thu hẹp lại, làm giảm độ cứng xoay hiệu dụng của hệ móng tại nút đáy công trình. Độ cứng xoay giảm dẫn đến gia tăng góc xoay của móng dưới tác động của tải trọng gió, từ đó khuếch đại chuyển vị và gia tốc đỉnh. Tuy nhiên, mức độ ảnh hưởng này là nhỏ so với tác động của vận tốc sóng cắt  $V_s$  và khoảng cách cọc.

### 3.6. Ảnh hưởng của bề dày bê đến gia tốc đỉnh

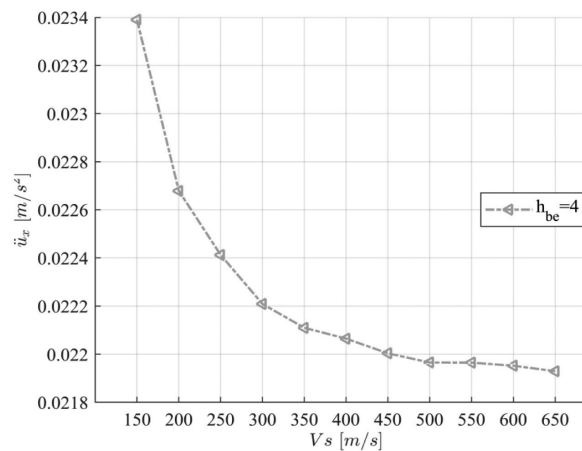
Hình 8 cho thấy gia tốc đỉnh của công trình

Bảng 5. Gia tốc đỉnh theo phương gió

Ký hiệu loại đất	Gia tốc (m/s <sup>2</sup> )						
	$h_{be}=0.5$	$h_{be}=1$	$h_{be}=1.5$	$h_{be}=2.5$	$h_{be}=3$	$h_{be}=3.5$	$h_{be}=4$
S150	0.023397	0.023397	0.023396	0.023394	0.023393	0.023391	0.023390
S200	0.022681	0.022681	0.022680	0.022680	0.022680	0.022679	0.022679
S250	0.022413	0.022413	0.022413	0.022413	0.022413	0.022413	0.022413
S300	0.022210	0.022210	0.022210	0.022209	0.022209	0.022209	0.022209
S350	0.022110	0.022110	0.022110	0.022110	0.022110	0.022110	0.022110
S400	0.022065	0.022065	0.022065	0.022065	0.022065	0.022065	0.022065
S450	0.022004	0.022004	0.022004	0.022004	0.022004	0.022004	0.022004
S500	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965
S550	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965	0.021965
S600	0.021952	0.021952	0.021952	0.021952	0.021952	0.021952	0.021952
S650	0.021929	0.021929	0.021929	0.021929	0.021929	0.021929	0.021929
Ngàm	0.021870	0.021870	0.021870	0.021870	0.021870	0.021870	0.021870



Hình 7. Biểu đồ gia tốc đỉnh theo phương gió



Hình 8. Gia tốc đỉnh theo phương gió theo chiều dày bê khác nhau

giảm rõ rệt khi vận tốc sóng cắt  $V_s$  tăng. Mức giảm mạnh nhất xảy ra ở vùng đất yếu, sau đó xu hướng giảm chậm dần và tiệm cận khi nền đất trở nên cứng hơn. Tuy nhiên xu thế biến thiên theo  $V_s$  là tương đồng, cho thấy độ cứng đất nền là yếu tố chi phối chính đến đáp ứng gia tốc đỉnh của công trình.

Hình 8 thể hiện gia tốc đỉnh theo phương gió khi chiều dày bê khác nhau, kết quả cho thấy rằng sai số này là không đáng kể với tất cả các loại đất được khảo sát (dưới 0,05%). Như vậy tham số về chiều dày bê không phải là tham số chi phối đến gia tốc đỉnh của công trình.

### KẾT LUẬN

Từ kết quả phân tích ảnh hưởng của SSI đến gia tốc đỉnh của nhà cao tầng chịu tải trọng gió thông qua các tham số của hệ móng bê-cọc và điều kiện nền đất, ta có thể rút ra các kết luận chính sau:

- Độ cứng nền đất là tham số

chi phối mạnh nhất đến gia tốc đỉnh của công trình. Khi  $V_s$  tăng (từ 150 đến 650 m/s), gia tốc đỉnh giảm rõ rệt và tiệm cận với trường hợp móng ngầm.

- Ảnh hưởng của SSI thể hiện rõ hơn đối với đất mềm. Khi độ cứng của đất nền giảm thì sai số gia tốc đỉnh tăng từ 0.27% đến 6.95% so với trường hợp móng ngầm.

- Khoảng cách giữa các cọc trong hệ móng bè-cọc có ảnh hưởng đáng kể đến gia tốc đỉnh, đặc biệt trong điều kiện nền đất mềm. Gia tốc đỉnh giảm khi khoảng cách cọc tăng từ 2D đến 3D. Tuy nhiên, mức độ sai số giữa các phương án bố trí cọc giảm dần khi  $V_s$  tăng.

- Độ mảnh của cọc có ảnh hưởng đến gia tốc đỉnh nhưng ở mức độ tương đối nhỏ. Khi cọc trở nên ngắn và to hơn ( $L/r_0$  giảm), gia tốc đỉnh có xu hướng tăng nhẹ do độ cứng xoay hiệu dụng của hệ móng giảm.

- Chiều dày bè móng không phải là tham số có thể chi phối đến gia tốc đỉnh của công trình.

#### Lời cảm ơn:

**Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Kiến trúc TP.HCM thông qua đề tài nghiên cứu khoa học cấp cơ sở năm 2025–2026. Tên đề tài: "Nghiên cứu sự tương tác giữa nền và công trình nhiều tầng chịu tải trọng gió"**

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Priyan Mendis, Tuan Ngo, N. Haritos, A. Hira, B. Samali, and J. Cheung (2007), "Wind Loading on Tall Buildings," *Electronic Journal of Structural Engineering*, no. 1, pp. 41-54.
- [2] George Gazetas, "Foundation Vibrations," in *Foundation Engineering Handbook*, H.-Y. Fang Ed. Boston, MA: Springer US, 1991, pp. 553-593.
- [3] Jonathan Stewart, C. B. Crouse, Tara Hutchinson, Bret Lizundia, Farzad Naeim, and Farhang Ostadan, "Soil-Structure Interaction for Building Structures," ed: Grant/Contract Reports (NISTGCR), National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 2012.
- [4] M. Gu and Y. Quan (2004), "Across-wind loads of typical tall buildings," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 92, no. 13, pp. 1147-1165.
- [5] K. C. S. Kwok (1988), "Effect of building shape on wind-induced response of tall building," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 28, no. 1, pp. 381-390.
- [6] Nayan Deep Tiwari and Partha P. Sarkar (2025), "Prediction of dynamic loads and responses of a tall building in tornado wind: Numerical analysis and experimental validation," *Engineering Structures*, vol. 326, p. 119510.
- [7] Yi Li and Qiu-Sheng Li (2016), "Wind-induced response based optimal design of irregular shaped tall buildings," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 155, pp. 197-207.
- [8] C. M Chan, Chui, J. K. L. (2006), "Wind-induced response and serviceability design optimization of tall steel buildings," *Engineering Structures*, vol. 28, no. 4, pp. 503-513.
- [9] M. Pavan Kumar G.V.Rama Rao, D. Naveen Kumar (2014), "Effect of Soil Structure Interaction Under Wind Loads At Different Wind Zones Using STADD PRO 2007," *International Journal of Education and applied research*, vol. 4, no. 2.
- [10] Bhojgowda and Mr. K GSubramanya, "Soil Structure Interaction of Framed Structure Supported on Different Types of Foundation," 2015.
- [11] Julio A Garcia, "Soil structure interaction in the analysis and seismic design of reinforced concrete frame buildings," in *Proceedings of the fourteenth World Conference on Earthquake Engineering*, 2008, pp. 1-9.
- [12] Nirav M. Katarmal and Hemal J. Shah, "Seismic Response of RC Irregular Frame with Soil-Structure Interaction," 2016.
- [13] Esteban Sáez, Fernando Lopez-Caballero, and Arezou Modaressi-Farahmand-Razavi (2013), "Inelastic dynamic soil-structure interaction effects on moment-resisting frame buildings," *Engineering Structures*, vol. 51, pp. 166-177.
- [14] Neelima Satyam Pallavi Badry (2016), "Seismic soil structure interaction analysis for asymmetrical buildings supported on piled raft for the 2015 Nepal earthquake," *Journal of Asian Earth Sciences*, no. 133, pp. 102-113.
- [15] Phùng Văn Ngọc Đào Văn Hùng, Phạm Thanh Tâm (2017), "Nghiên cứu tính toán trạng thái ứng suất trong hệ bản cọc làm việc đồng thời," *Tạp chí khoa học và công nghệ thủy lợi*, vol. 38, pp. 1-8.
- [16] Nguyễn Thanh Hải (2022), "Mô hình tính móng bè - cọc cho nhà cao tầng có xét đến ảnh hưởng của đất nền," *Tạp chí Xây dựng*, vol. 7.
- [17] Phạm Văn Thuyết Vũ Minh Ngọc (2019), "Xác định độ cứng lò xo cọc khi thiết kế hệ móng cọc đài thấp theo mô hình nền Winkler," *Tạp chí khoa học và công nghệ lâm nghiệp*, vol. 4, pp. 134-143.
- [18] George Gazetas (1991), "Formulas and Charts for Impedances of Surface and Embedded Foundations," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 117, no. 9, pp. 1363-1381.
- [19] Dasgupta S.P Chowdhury I (2006), "Dynamic response of piles under vertical loads," *Journal of Indian Geotechnical Society*, vol. 36, no. 2, pp. 115-143.
- [20] Dasgupta S.P Chowdhury I (2008), "Dynamic analysis of piles under lateral loads," *Journal of Indian Geotechnical Society*, vol. June, pp. 249-277.
- [21] Dasgupta S.P Chowdhury I (2009), "Dynamic analysis of piles under rocking motion," *Journal of Indian Geotechnical Society*, vol. 39, no. 4, pp. 360-386.
- [22] Milos Novak (1974), "Dynamic Stiffness and Damping of Piles," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 11, pp. 574-598.
- [23] Harry G. Poulos (2001), "Piled raft foundations: design and applications," *Geotechnique*, vol. 51, pp. 95-113.
- [24] P. Clancy and M. F. Randolph (1996), "Simple design tools for piled raft foundations," *Geotechnique*, vol. 46, no. 2, pp. 313-328.
- [25] TCVN 2737:2023, *Tải trọng và tác động*, Bộ Khoa học và Công nghệ.
- [26] Einar N. Strømmen (2010), *Theory of Bridge Aerodynamics*, Springer.